

# Mathematik GyO



Gymnasium Wesermünde

# Mathematik – Jg. 11 Inhalte

## 1 Funktionen - mathematische Werkzeuge

1.1 Lineare Funktionen - nochmals hingeschaut

1.2 Quadratische Funktionen - zur Erinnerung

1.3 Quadratische Gleichungen - das sollten Sie können

1.4 Modellieren mit Funktionen

1.5 Potenzfunktionen

1.6 Parameter verändern Graphen

1.7 Die Sinusfunktion - zum Auffrischen und Vertiefen

## 2 Beschreibende Statistik

2.1 Daten erheben und auswerten

2.2 Verteilungen untersuchen - grafisch und mit Mittelwerten

2.3 Varianz und Standardabweichung

## 3 Funktionen und Änderungsraten

3.1 Änderungen - grafisch erfasst

3.2 Die mittlere Änderungsrate

3.3 Die lokale Änderungsrate

3.4 Die Ableitungsfunktion

3.5 Ableitungen der Grundfunktionen

3.6 Tangenten und Normalen

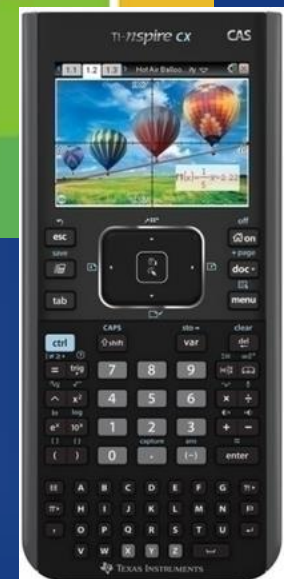
## 4 Funktionen und Ableitungen

4.1 Ableitungsregeln

4.2 Die zweite Ableitung

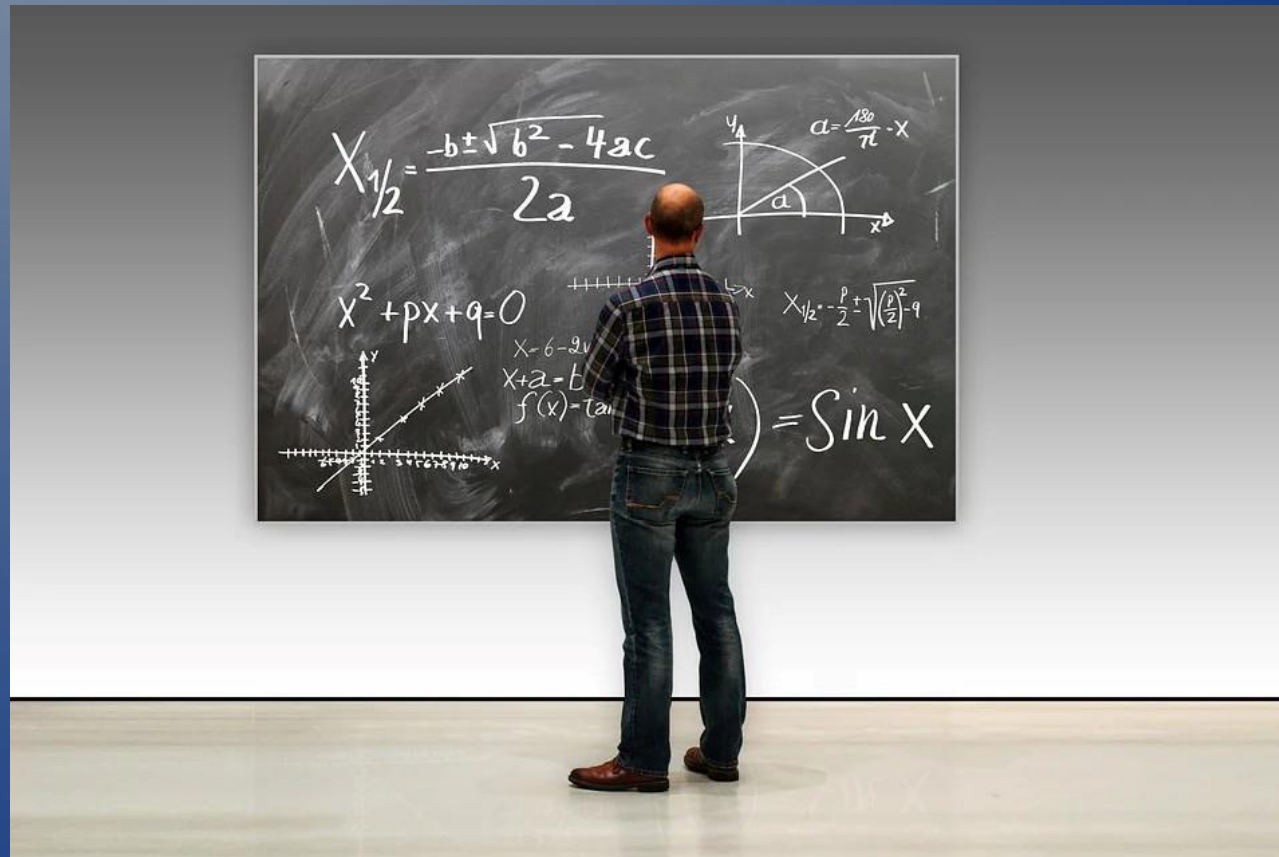
4.3 Zusammenhänge zwischen Funktionen und ihren Ableitungen

4.4 Argumentieren - „notwendig“ und „hinreichend“



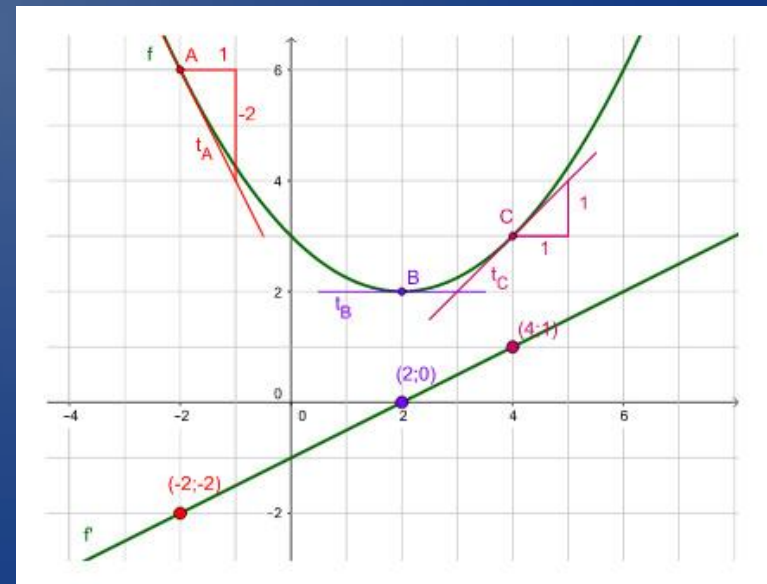
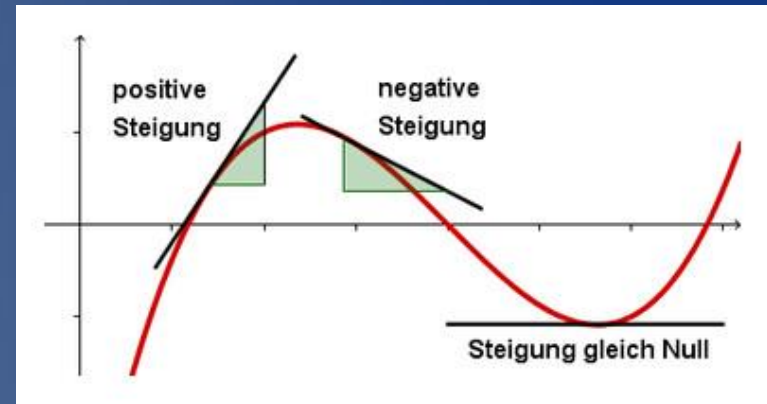
# Mathematik - Jg. 11 Beispiele

- Funktionen – mathematische Werkzeuge



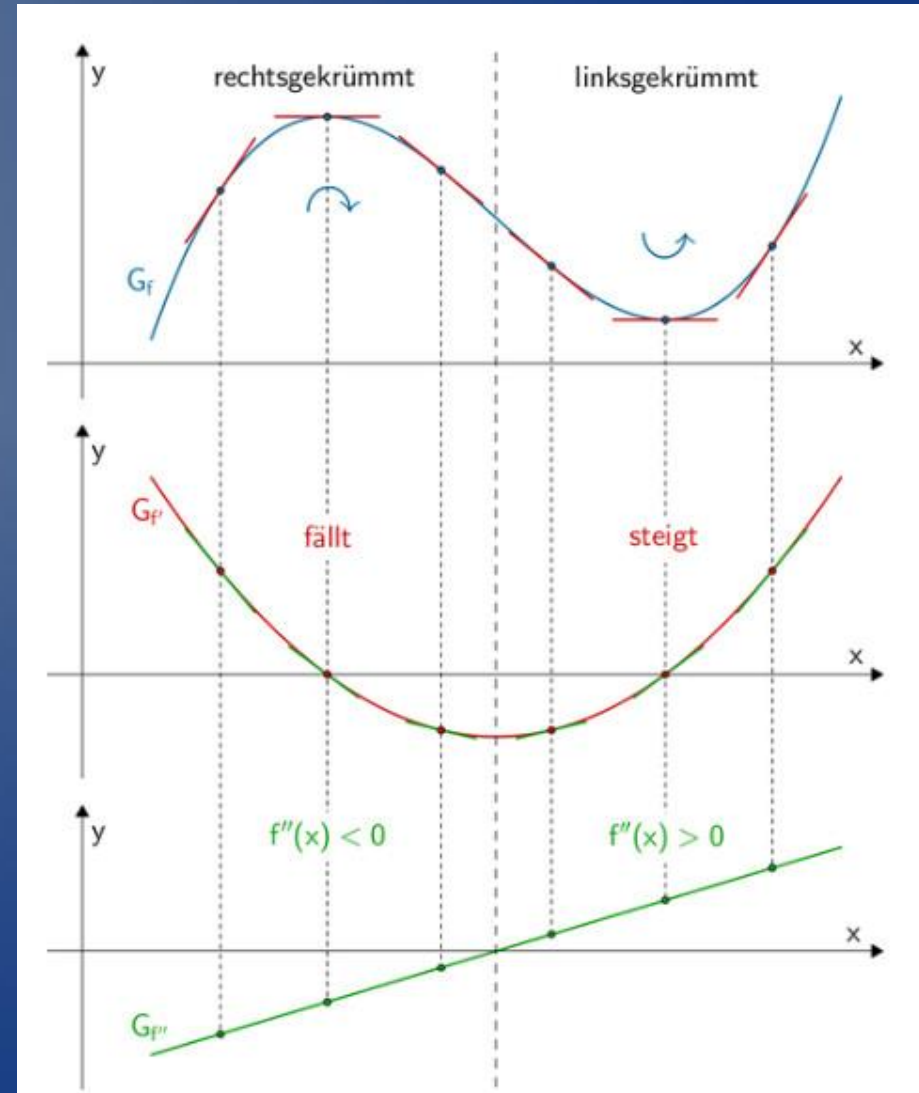
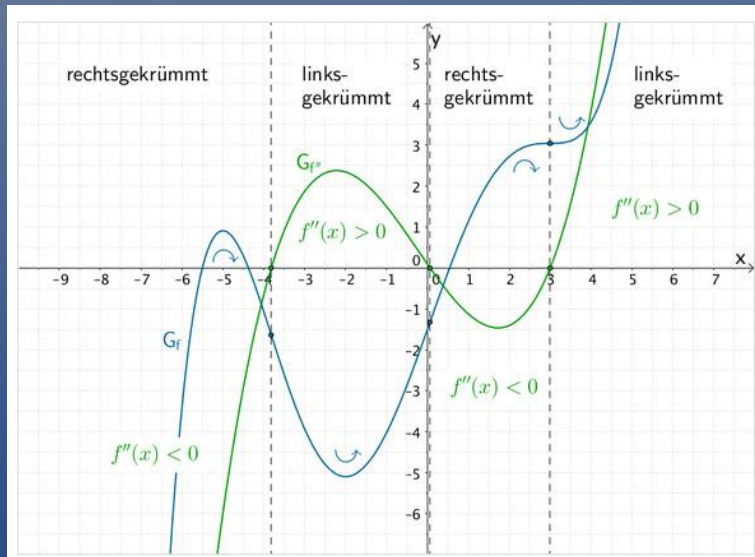
# Mathematik - Jg. 11 Beispiele

- Steigungsverhalten von Funktionen
- Funktion und Ableitungsfunktion



# Mathematik - Jg. 11 Beispiele

- Krümmungsverhalten
- von Funktionen



# Mathematik - Jg. 12/13 gA Inhalte

## 1 Integralrechnung

- 1.1 Von der Änderung zum Bestand
- 1.2 Von der Ableitung zur Bestandsfunktion
- 1.3 Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung
- 1.4 Bestände rekonstruieren
- 1.5 Flächen berechnen

## 2 Kurvenanpassung

- 2.1 Kurvenanpassung mit ganzrationalen Funktionen
- 2.2 Lineare Gleichungssysteme – Gauß-Algorithmus
- 2.3 Funktionen aus Bedingungen bestimmen



## 3 e-Funktionen

- 3.1 Neue Ableitungs-regeln
- 3.2 Die e-Funktion
- 3.3 Der natürliche Logarithmus und die allgemeine Exponentialfunktion
- 3.4 Exponentielles Wachstum
- 3.5 Begrenzttes Wachstum
- 3.6 Modelle mit e-Funktionen
- 3.7 Innermathe-matisches mit e-Funktionen

## 4 Orientieren und Bewegen im Raum

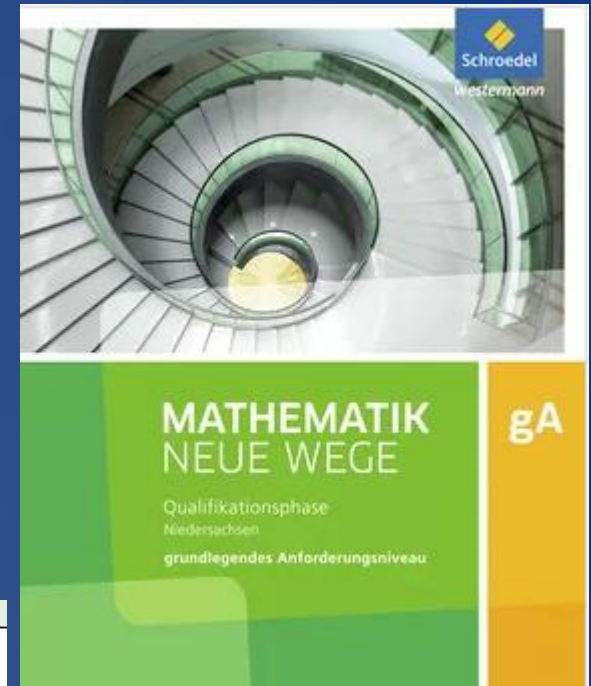
- 4.1 Orientieren im Raum -  
Koordinate Tabellenzeile änd
- 4.2 Bewegen im Raum -  
Vektoren
- 4.3 Rechnen mit Vektoren
- 4.4 Skalarprodukt und  
Winkel

## 5 Geraden und Ebenen im Raum

- 5.1 Geraden in der Ebene und im Raum
- 5.2 Anwendungen mit Geraden
- 5.3 Lagebeziehungen von Geraden
- 5.4 Winkel zwischen Geraden
- 5.5 Ebenen im Raum

## 6 Zufall und Wahrscheinlichkeit

- 6.1 Empirische Wahrscheinlichkeit und Laplace'sche Wahrscheinlichkeit
- 6.2 Baumdiagramme – das sollten Sie noch wissen
- 6.3 Simulation – zur Erinnerung
- 6.4 Das empirische Gesetz der großen Zahlen – nochmals hingeschaut



## 7 Bedingte Wahrscheinlichkeit und Unabhängigkeit

- 7.1 Bedingte Wahrscheinlichkeit
- 7.2 Stochastische Unabhängigkeit

# Mathematik - Jg. 12/13 eA Inhalte

## 1 Integralrechnung

- 1.1 Von der Änderung zum Bestand .....
- 1.2 Von der Ableitung zur Bestandsfunktion – Stammfunktionen .....
- 1.3 Der Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung .....
- 1.4 Integrieren ohne Stammfunktion .....
- 1.5 Bestände rekonstruieren .....
- 1.6 Flächen berechnen .....
- 1.7 Offene Flächen berechnen .....
- 1.8 Volumen berechnen .....

## 2 Kurvenanpassung

- 2.1 Kurvenanpassung mit ganzrationalen Funktionen .....
- 2.2 Lineare Gleichungssysteme – Gauß-Algorithmus .....
- 2.3 Funktionen aus Bedingungen bestimmen .....
- 2.4 Modellieren mit abschnittsweise definierten Funktionen .....
- 2.5 Stetigkeit und Differenzierbarkeit .....
- 2.6 Funktionenscharen .....
- 2.7 Gebietsübergreifende Aufgaben .....

## 3 e-Funktionen

- 3.1 Neue Ableitungsregeln .....
- 3.2 Die e-Funktion .....
- 3.3 Logarithmus, Exponentialfunktionen und Logarithmusfunktion .....
- 3.4 Innermathematisches mit e-Funktionen .....

## 4 Wachstum

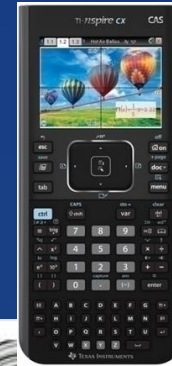
- 4.1 Exponentielles Wachstum .....
- 4.2 Begrenztes Wachstum .....
- 4.3 Logistisches Wachstum .....
- 4.4 Modelle mit e-Funktionen .....
- 4.5 Phasendiagramme (fakultativ) .....

## 5 Orientieren und Bewegen im Raum

- 5.1 Orientieren im Raum – Koordinaten .....
- 5.2 Bewegen im Raum – Vektoren .....
- 5.3 Rechnen mit Vektoren .....
- 5.4 Skalarprodukt und Winkel .....
- 5.5 Nicht geometrische Vektoren (fakultativ) .....

## 6 Geraden im Raum

- 6.1 Geraden in der Ebene und im Raum .....
- 6.2 Anwendungen mit Geraden .....
- 6.3 Lagebeziehungen von Geraden .....
- 6.4 Projektionen .....
- 6.5 Geometrische Abbildungen (fakultativ) .....



# Mathematik - Jg. 12/13 eA Inhalte

## 7 Ebenen im Raum

- 7.1 Parameterform einer Ebenengleichung .....
- 7.2 Normalen- und Koordinatenform .....
- 7.3 Lagebeziehungen zwischen Gerade und Ebene .....
- 7.4 Lagebeziehungen von Ebenen .....
- 7.5 Winkel zwischen Geraden und Ebenen .....
- 7.6 Lösen von Abstandsproblemen .....
- 7.7 Kreise und Kugeln (fakultativ) .....

## 8 Zufall und Wahrscheinlichkeit

- 8.1 Empirische und theoretische Wahrscheinlichkeit .....
- 8.2 Baumdiagramme – das sollten Sie noch wissen .....
- 8.3 Simulation – zum Auffrischen .....
- 8.4 Empirisches Gesetz der großen Zahlen – genauer hingeschaut .....

## 9 Wahrscheinlichkeitsmodelle

- 9.1 Bedingte Wahrscheinlichkeit .....
- 9.2 Stochastische Unabhängigkeit .....
- 9.3 Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilung .....
- 9.4 Kenngrößen: Erwartungswert und Standardabweichung .....

## 10 Wahrscheinlichkeitsverteilungen

- 10.1 Bernoulli-Experiment und Binomialverteilung .....
- 10.2 Binomialverteilung – Histogramme und Anwendungen .....
- 10.3 Binomialverteilung – Kenngrößen und Prognoseintervalle .....
- 10.4 Stetige Zufallsgrößen und Normalverteilung .....
- 10.5 Normalverteilung – Anwendungen, Sigma-Regeln .....
- 10.6 Normalverteilung und Binomialverteilung .....
- 10.7 Hypergeometrische Verteilung (fakultativ) .....

## 11 Beurteilende Statistik

- 11.1 Entscheiden mit Prognoseintervallen .....
- 11.2 Konfidenzintervalle – Schätzen von Wahrscheinlichkeiten .....
- 11.3 Testen von Hypothesen (fakultativ) .....



Schroedel  
westermann

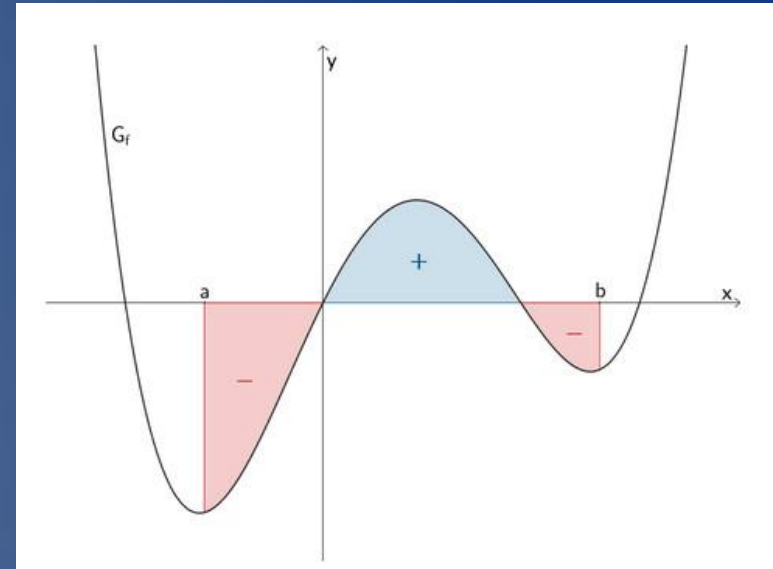




# Mathematik - Jg. 12/13 Beispiele

- Analysis -

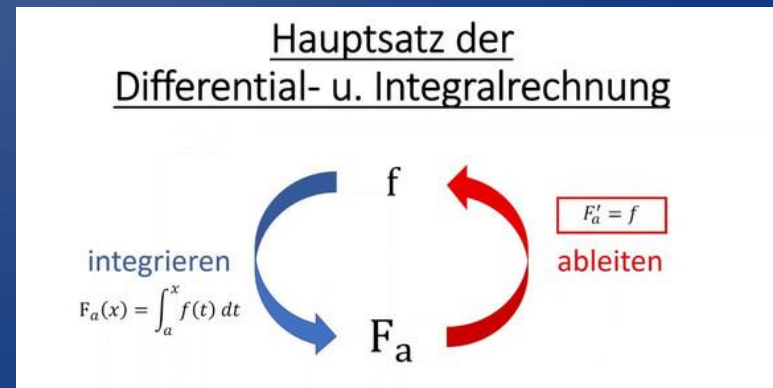
- Flächenbilanz



- Zusammenhang zwischen

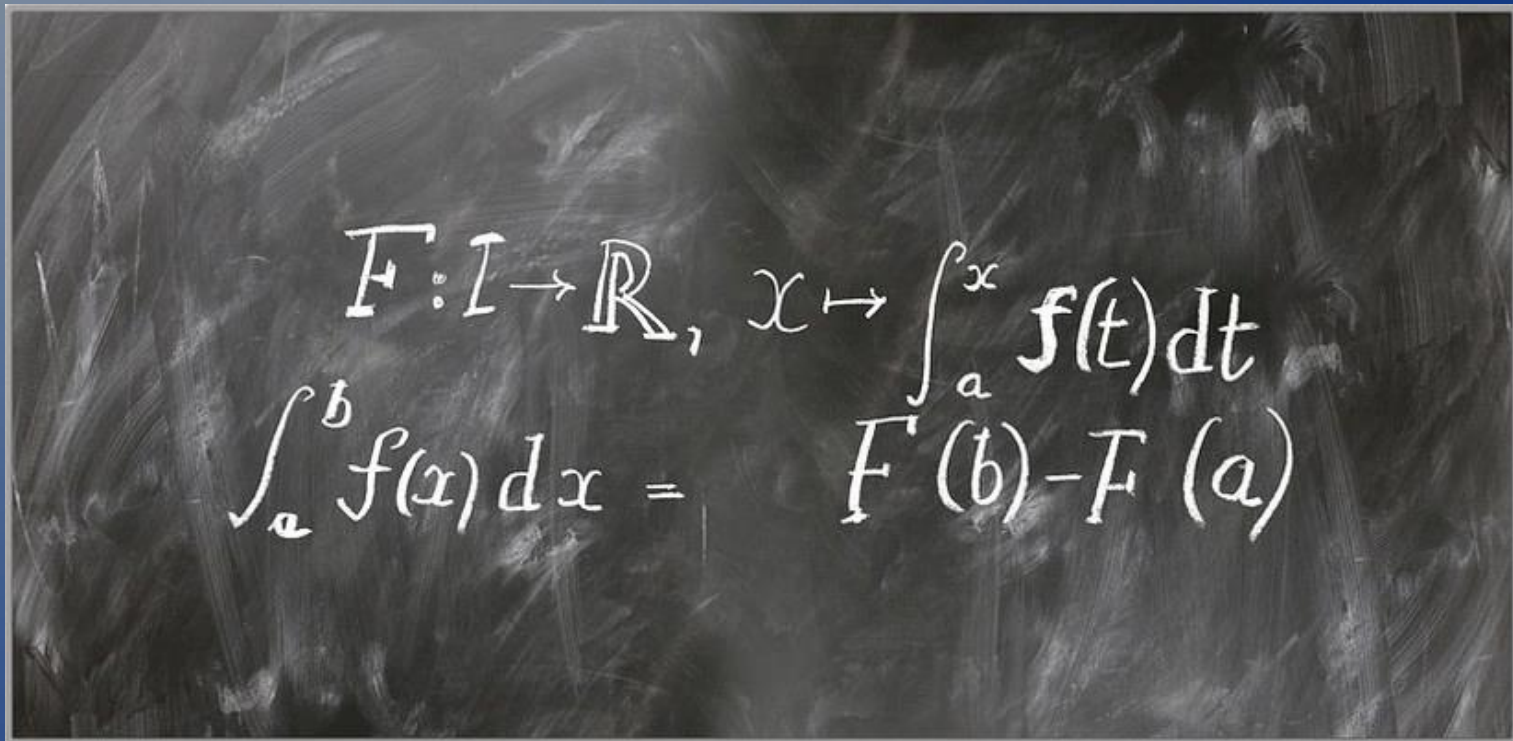
- Differential- und

- Integralrechnung



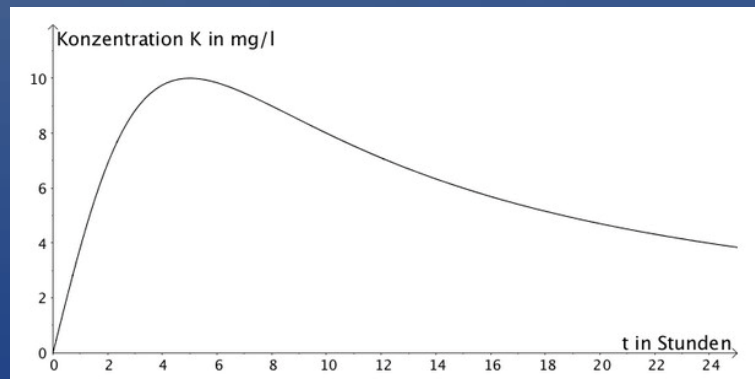
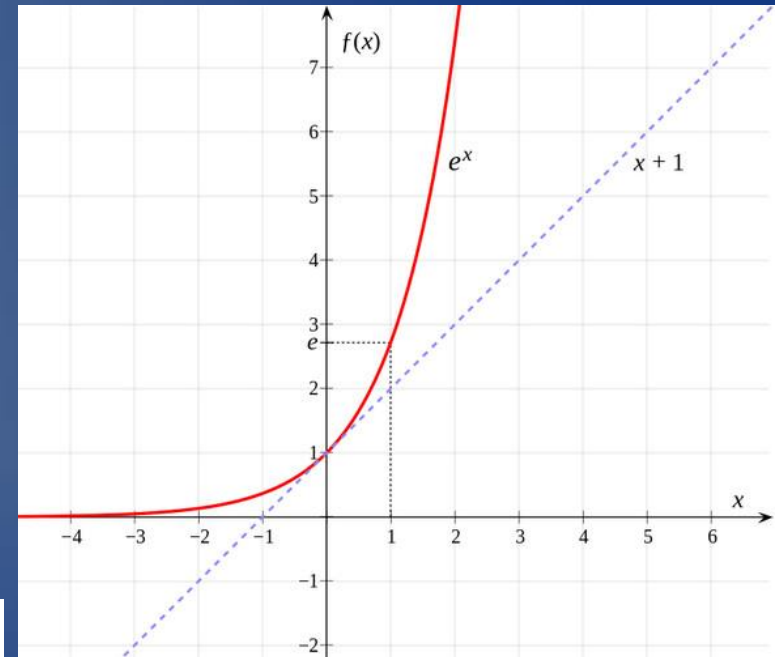
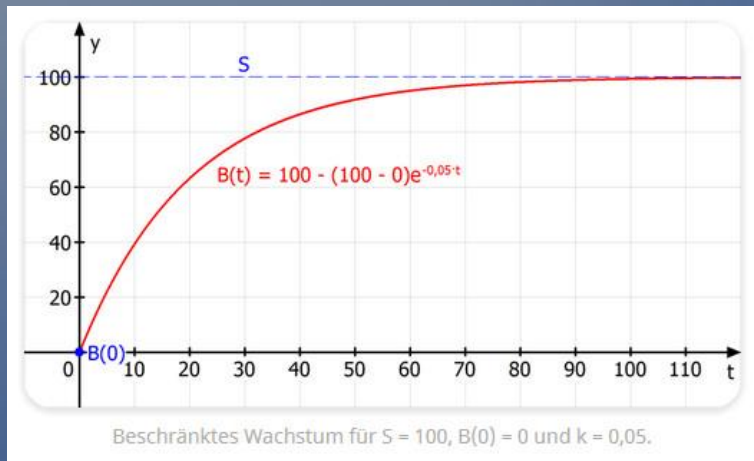
# Mathematik - Jg. 12/13 Beispiele

- Integralfunktion und Hauptsatz

A photograph of a chalkboard with two mathematical formulas written in white chalk. The first formula is  $F: I \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \int_a^x f(t) dt$ . The second formula is  $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$ .
$$F: I \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \int_a^x f(t) dt$$
$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

# Mathematik - Jg. 12/13 Beispiele

## • Exponentielles Wachstum – Modelle mit e-Funktionen



# Mathematik - Jg. 12/13 Beispiele

## •LGS - Gauß-Algorithmus

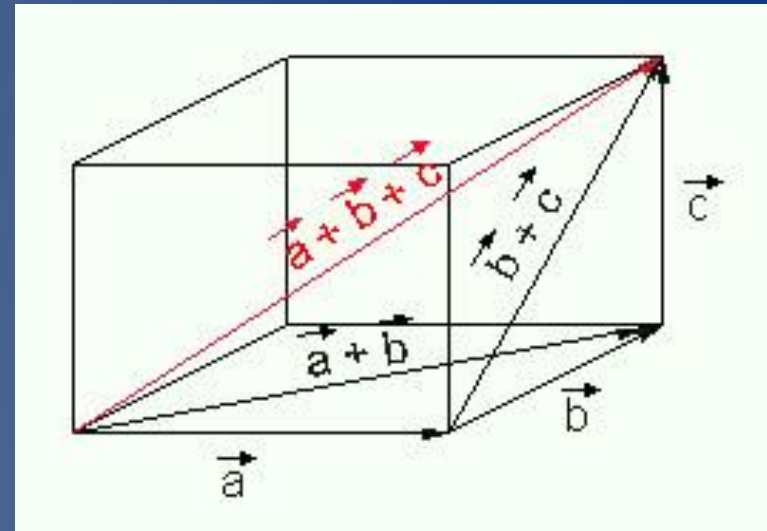
**LGS**

**Lösungen?**  
**Überbestimmt?**  
**Unterbestimmt?**

Tabellenform	Stufenform unter der Hauptdiagonalen
$\begin{array}{l} \text{Z1} \\ \text{Z2} \\ \text{Z3} \end{array} \begin{array}{c ccc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 6 \\ 2 & 3 & 2 & 11 \\ 3 & 2 & 1 & 8 \end{pmatrix} \end{array}$	$\Rightarrow$ $\begin{array}{c ccc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline \begin{pmatrix} * & * & * & * \\ 0 & * & * & * \\ 0 & 0 & * & * \end{pmatrix} \end{array}$
$\begin{array}{l} \text{Z1} \\ \text{Z2} \\ \text{Z3} \end{array} \begin{array}{c ccc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 6 \\ 2 & 3 & 2 & 11 \\ 3 & 2 & 1 & 8 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ /-2 \cdot \text{Z1} + \text{Z2} \\ /-3 \cdot \text{Z1} + \text{Z3} \end{array}$	
$\begin{array}{l} \text{Z1} \\ \text{Z2} \\ \text{Z3} \end{array} \begin{array}{c ccc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 6 \\ 0 & 5 & -2 & -1 \\ 0 & 5 & -5 & -10 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ /-1 \cdot \text{Z2} + \text{Z3} \end{array}$	
$\begin{array}{l} \text{Z1} \\ \text{Z2} \\ \text{Z3} \end{array} \begin{array}{c ccc} x_1 & x_2 & x_3 & \\ \hline \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 6 \\ 0 & 5 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & -9 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \end{array}$	<p style="text-align: center;">Ablesen der neuen Bestimmungsgleichungen</p> $\begin{array}{l} x_1 - x_2 + 2 \cdot x_3 = 6 \\ 5 \cdot x_2 - 2 \cdot x_3 = -1 \\ -3 \cdot x_3 = -9 \end{array}$
$\Rightarrow$	$x_3 = 3$ $x_2 = 1$ $x_1 = 1$

# Mathematik - Jg. 12/13 Beispiele

- Analytische Geometrie -
- Addition von Vektoren
- Geraden in vektorieller
- Form

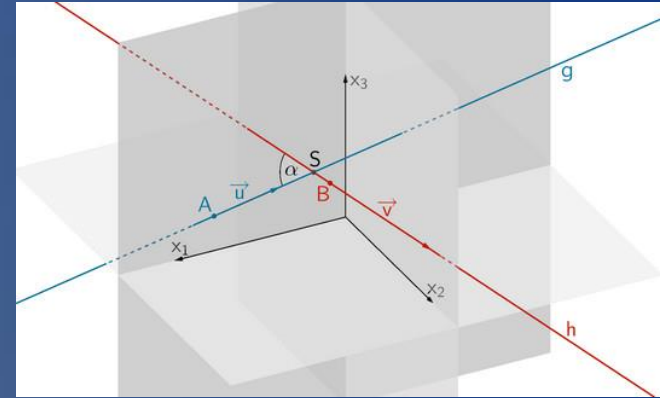


Geradengleichung in vektorieller Parameterform  
**Zwei-Punkte-Gleichung**  
$$\vec{x} = \vec{a} + k(\vec{b} - \vec{a})$$
  
 $k \in \mathbb{R}$

**Punkt-Richtungs-Gleichung**  
$$\vec{x} = \vec{a} + k\vec{u}$$
  
 $k \in \mathbb{R}$

# Mathematik - Jg. 12/13 Beispiele

- Lagebeziehung von
- Geraden



- Skalarprodukt

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \\ = a_1 \cdot b_1 + a_2 \cdot b_2 + a_3 \cdot b_3$$

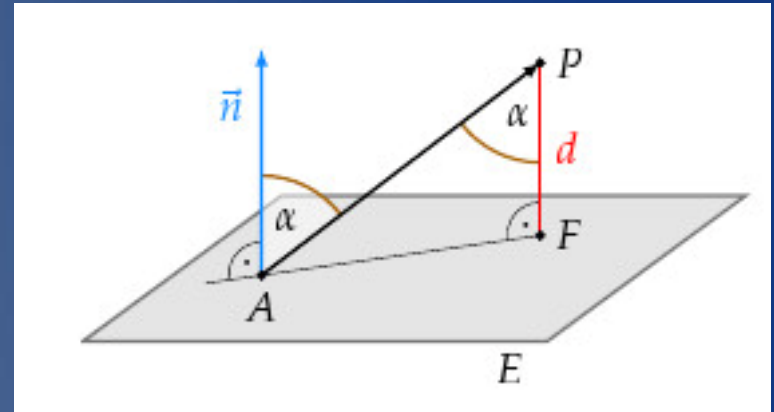
- Winkel zwischen
- zwei Vektoren

$$\cos \gamma = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$$

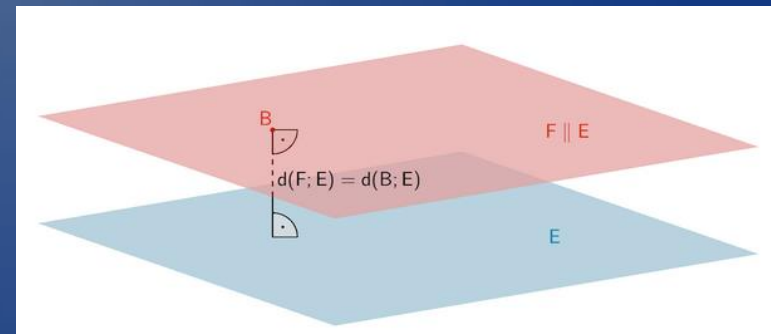
# Mathematik - Jg. 12/13 Beispiele

- Abstand Punkt – Ebene

$$d = \frac{|(\vec{p} - \vec{a}) \cdot \vec{n}|}{|\vec{n}|}$$

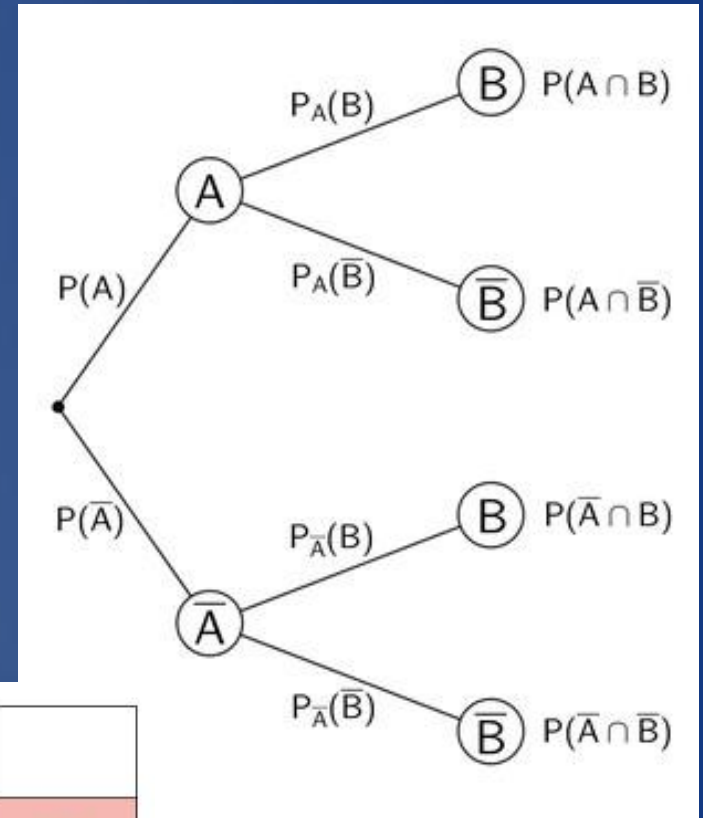


- Abstand Ebene - Ebene



# Mathematik - Jg. 12/13 Beispiele

- Wahrscheinlichkeitsmodelle -
- Bedingte Wahrscheinlichkeit
- Baumdiagramme
- Vierfeldertafeln

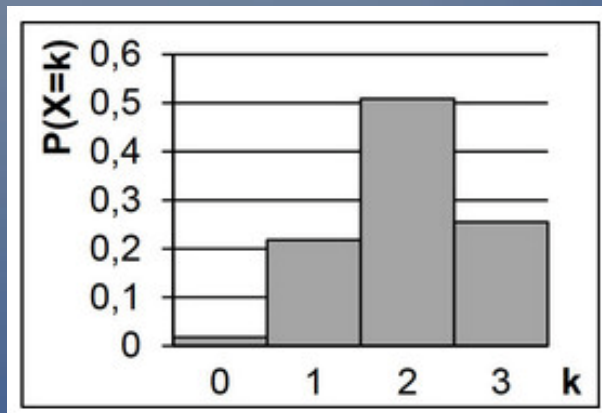


	A	$\bar{A}$	
B	$P(A \cap B)$	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(B)$
$\bar{B}$	$P(A \cap \bar{B})$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(\bar{B})$
	$P(A)$	$P(\bar{A})$	1



# Mathematik - Jg. 12/13 Beispiele

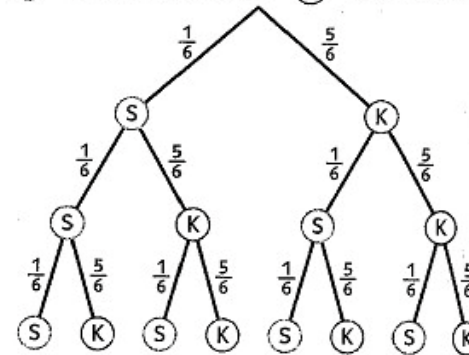
## Wahrscheinlichkeitsverteilung von Zufallsgrößen



- Erwartungswert von
- Zufallsgrößen-
- faires Spiel?

Dreimal Würfeln. Einsatz 1€.  
Gewinn für jede 6 ist 1 €.  
Die Zufallsvariable X beschreibt den Gewinn.

(S) = Sechs wird gewürfelt (K) = keine Sechs



Z.B.  $X = 0$  ist das Ereignis  $\{KKS; KSK; SKK\}$ .

Wahrscheinlichkeitsverteilung:

k	-1	0	1	2
P(X = k)	$\frac{125}{216}$	$\frac{75}{216}$	$\frac{15}{216}$	$\frac{1}{216}$

Erwartungswert:

$$E(X) = (-1) \cdot \frac{125}{216} + 0 \cdot \frac{75}{216} + 1 \cdot \frac{15}{216} + 2 \cdot \frac{1}{216} = -0,5$$

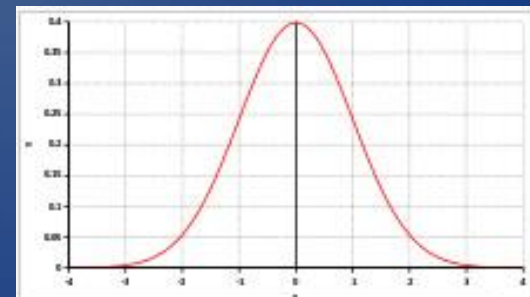
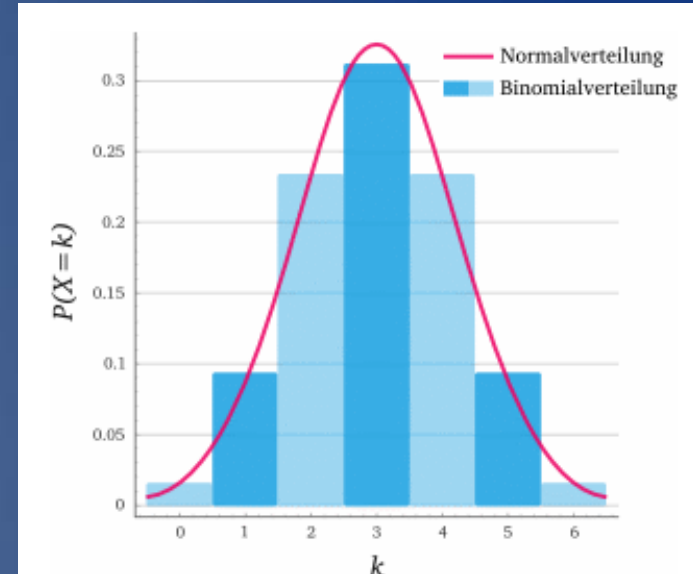
# Mathematik - Jg. 12/13 Beispiele

- Binomialverteilung und
- Normalverteilung

- Bernoulli-Formel

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

- Dichtefunktion der
- Standardnormalverteilung



Dichtefunktion  $\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}$   
einer normalverteilten Zufallsvariable

# Mathematik GyO - Kontakt

• Fragen zum Mathematikunterricht ab Jg. 11 beantwortet **Herr Meyer**

• [h.meyer@gywem.de](mailto:h.meyer@gywem.de)

• 0471 – 48 36 70